IFAM
Instituto Federal do Amazonas
Curso de Ensino Médio e Técnico

Dados de Identificação	
Professores:	Eduardo Palhares Júnior
Disciplina:	Matemática
Tema:	Sequências
Turma:	1º ano

Lista de exercícios sobre Sequências

1 Sequências numéricas

1. Determine os 5 primeiros termos de cada sequência, dadas as suas leis de formação.

(a) $a_n = 3n - 5$
(b) $a_n = \dfrac{n^2}{n+1}$
(c) $a_n = n^2 + 1$
(d) $a_n = 2^n$
(e) $a_n = \dfrac{n-1}{n+1}$
(f) $a_n = (-1)^n \cdot n$
(g) $a_n = 20 - 2n$
(h) $a_n = (-1)^{n+1} \cdot \dfrac{1}{n}$
(i) $a_n = n^3 - 1$

2. Determine os 5 primeiros termos de cada sequência, dadas as suas leis de recorrência:

(a) $\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = a_n + 3 \end{cases}$
(b) $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = 3 \cdot a_n \end{cases}$
(c) $\begin{cases} a_1 = 64 \\ a_{n+1} = \dfrac{1}{2} \cdot a_n \end{cases}$
(d) $\begin{cases} a_1 = 100 \\ a_{n+1} = a_n - 15 \end{cases}$
(e) $\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_{n+1} = 2a_n + 1 \end{cases}$
(f) $\begin{cases} a_1 = 81 \\ a_{n+1} = \dfrac{a_n}{3} \end{cases}$
(g) $\begin{cases} a_1 = 1 \ e \ a_2 = 1 \\ a_{n+1} = a_n + a_{n-1} \end{cases}$
(h) $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = (a_n)^2 \end{cases}$
(i) $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = \dfrac{n}{a_n} \end{cases}$

3. Classifique as sequencias à seguir e identifique o termo geral a_n

(a) $(1, 4, 9, 16, 25, \dots)$
(b) $(2, 5, 8, 11, 14, \dots)$
(c) $\left(\dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{5}, \dfrac{1}{7}, \dfrac{1}{9}, \dots\right)$
(d) $(80, 40, 20, 10, 5, \dots)$
(e) $(1, -1, 1, -1, 1, \dots)$
(f) $\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{2}{3}, \dfrac{3}{4}, \dfrac{4}{5}, \dots\right)$
(g) $(5, 5, 5, 5, \dots)$
(h) $\left(1, \sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, \dots\right)$
(i) $\left(\dfrac{1}{4}, \dfrac{1}{16}, \dfrac{1}{64}, \dfrac{1}{256}, \dots\right)$

4. Observe a sequência $(2, 4, 8, 16, 32, \dots)$ e descreva sua lei de recorrência.

5. Considere a sequência de termo geral $a_n = 1 + \dfrac{1}{n}$, para $n \in \mathbb{N}^*$.

(a) Calcule os 4 primeiros termos e classifique a sequência como crescente ou decrescente.
(b) Esboce os 4 primeiros termos (n, a_n) em um plano cartesiano. O que você observa sobre o valor dos termos à medida que n aumenta (para $n \to \infty$)? Os termos parecem se aproximar de algum valor específico?

2 Progressões aritméticas

6. Classifique as sequências à seguir como crescente, decrescente ou constante, idenfitique quais são Progressões Aritméticas (PA) e indique o valor da razão r.

   (a) $(5, 9, 13, 17, \dots)$
   (b) $(10, 7, 4, 1, \dots)$
   (c) $\left(\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \dots\right)$
   (d) $(2, 4, 8, 16, \dots)$
   (e) $(7, 7, 7, 7, \dots)$
   (f) $\left(1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, \dots\right)$
   (g) $(5, 0, -5, -10, \dots)$
   (h) $(-3, -5, -8, -10, \dots)$
   (i) $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \dots\right)$

7. Um estudante elabora um plano de estudos de longo prazo. No primeiro dia, ele resolve **3** exercícios. Para se desafiar, ele decide que, a cada dia, resolverá **7** exercícios a mais do que resolveu no dia anterior, formando uma PA. Se ele mantiver essa meta rigorosamente, quantos exercícios ele deverá resolver no 40^o dia de estudo?

8. Um registro de perfuração de um poço mostra que o avanço diário segue uma progressão aritmética. Sabe-se que a profundidade total alcançada era de **10** metros no 7^o dia e **34** metro no 15^o dia. Assumindo que o avanço diário foi constante, determine qual foi o avanço no primeiro dia e qual a média diária.

9. As idades de três irmãos são dadas, respectivamente, pelas expressões algébricas $(x - 1)$, $(2x + 1)$ e $(4x)$. Sabendo que as idades formam, nesta ordem, uma Progressão Aritmética, determine o valor de x e a idade de cada irmão.

10. Um topógrafo precisa marcar os locais para **5** postes telegráficos que serão instalados entre dois postes já existentes, localizados nas marcas de **8** metros e **50** metros de uma estrada retilínea. Determine as posições onde esses 5 postes devem ser instalados para que todos os 7 postes fiquem igualmente espaçados.

11. As fileiras de um auditório foram projetadas em PA. A primeira fileira tem **3** poltronas, a segunda tem **7**, a terceira tem **11**, e assim por diante. Se o auditório possui um total de **20 fileiras**, qual é a capacidade máxima do local?

12. Um cofrinho recebe doações mensais que seguem uma PA. No primeiro mês foram depositados R$ **5,00**, no segundo R$ **10,00**, no terceiro R$ **15,00** e assim por diante. Quantos meses serão necessários para que o valor total arrecadado no cofrinho seja de R$ **275,00**?

13. A produção diária de uma pequena mina de carvão cresce como uma PA. A produção no primeiro dia foi de $a_1 = 5$ toneladas e o crescimento diário é de $r = 3$ toneladas. Calcule a produção total acumulada do 10^o **dia** até o 20^o **dia** de operação.

14. Uma pessoa decide economizar dinheiro. Ela guarda R$ 50,00 no primeiro mês e, a cada mês subsequente, guarda R$ 10,00 a mais do que guardou no mês anterior.
    (a) Quanto ela vai guardar especificamente no 12^o mês?
    (b) Quanto ela terá economizado no total após 1 ano?

15. Considere a Progressão Aritmética cujo termo geral é dado por $a_n = 7 + 3(n - 1)$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.
    (a) Simplifique a expressão do termo geral a_n e determine a função afim $(f(x) = ax + b)$ que contém todos os pontos (n, a_n) desta sequência.
    (b) Qual é a relação entre a razão r da PA e o coeficiente angular a da função afim?
    (c) Por que o gráfico da PA (os pontos (n, a_n)) é um conjunto de pontos discretos, enquanto o gráfico da função $f(x)$ é uma linha contínua?

3 Progressões geométricas

16. Classifique as sequencia à seguir como crescente, decrescente, constante ou oscilante, identifique quais são Progressões Geométricas (PG)e indique o valor da razão (q).

    (a) $(3, 9, 27, 81, \dots)$
    (b) $(5, -10, 20, -40, \dots)$
    (c) $\left(100, 50, 25, \frac{25}{2}, \dots\right)$
    (d) $(2, 6, 10, 14, \dots)$
    (e) $(4, 4, 4, 4, \dots)$
    (f) $\left(100, 10, 1, \frac{1}{10}, \dots\right)$
    (g) $(1, -1, 1, -1, \dots)$
    (h) $(5, 10, 15, 20, \dots)$
    (i) $\left(2, -\frac{2}{3}, \frac{2}{9}, -\frac{2}{27}, \dots\right)$

17. O número de visualizações de um vídeo viral forma uma PG. No primeiro dia ele teve **2** visualizações, no segundo **6** e no terceiro **18**. Se esse crescimento continuar, quantas visualizações o vídeo receberá no 7^o **dia**?

18. O valor de uma ação rara cresceu geometricamente. Ao final do 2^o ano ela valia R\$ **12,00**, enquanto que ao final do 5^o ano (a_5), valia R\$ **324,00**. Assumindo que a taxa de valorização anual foi constante e positiva, determine qual era o valor inicial da ação e qual é essa taxa.

19. Três saques consecutivos de um caixa eletrônico seguiram uma Progressão Geométrica. Os valores foram R\$ $(x - 2)$, R\$ x, e R\$ $(2x + 3)$. Determine os valores possíveis de x e quais foram os valores dos saques em cada caso.

20. Em um projeto de acústica, deseja-se criar **3** novas frequências entre uma nota de **3** Hz e uma de **48** Hz, mas para que a harmonia seja mantida, as frequências devem formar uma PG crescente. Determine quais devem ser as frequências dessas 3 novas notas.

21. Uma lenda conta que um rei ofereceu uma recompensa: 1 grão de trigo pela primeira casa de um tabuleiro de xadrez, 2 pela segunda, 4 pela terceira, dobrando a quantidade a cada nova casa. Quantos grãos de trigo o rei deveria pagar pelas **8 primeiras casas** do tabuleiro?

22. Imagine a construção de um fractal: um segmento de reta inicial mede **20 cm**. Na 1^a etapa, desenha-se um novo segmento com metade do tamanho do anterior (**10 cm**). Na 2^a etapa, um novo segmento com metade do anterior (**5 cm**), e assim sucessivamente, com cada novo segmento tendo metade do comprimento do segmento anterior, infinitamente.

    (a) Qual seria o comprimento total (a soma) de todos os segmentos de reta desenhados se esse processo fosse continuado infinitamente?
    (b) Explique como é possível calcular uma soma finita, mesmo havendo infinitos segmentos.

23. Um investidor aplica R\$ 5.000,00 em um fundo de renda fixa que promete uma rentabilidade de 1% ao mês. O montante M após n meses é dado por $M(n) = C \cdot (1 + i)^n$.

    (a) Qual o montante na conta após o 1º mês?
    (b) Qual será o montante total na conta após 6 meses de aplicação?
    (c) A sequência de montantes mensais é uma PA ou PG? Justifique e indique a razão.

24. Uma bola de borracha é solta de uma altura inicial de **10 metros**. A cada "quique"no chão, ela perde energia e retorna a uma altura correspondente a 80% da altura anterior.

    (a) Qual é a altura atingida pela bola após o primeiro quique?
    (b) Calcule a soma infinita das distâncias de subida da bola.
    (c) Calcule a distância vertical total percorrida pela bola.

25. (Síntese e Modelagem - PA vs. PG) Um equipamento novo custa R$ 80.000,00. Seu valor de revenda $V(n)$ após n anos de uso pode ser calculado por dois métodos:

- **Método Linear (PA):** O equipamento perde **R$ 7.000,00 fixos** por ano.
- **Método Geométrico (PG):** O equipamento perde **12% do seu valor** em relação ao ano anterior.

(a) Escreva o termo geral $V_L(n)$ para o método linear e $V_G(n)$ para o método geométrico, que descrevem o valor do equipamento após n anos.

(b) Calcule o valor do equipamento após 5 anos por ambos os métodos. Qual método resulta em maior desvalorização?

(c) Após quantos anos o equipamento terá valor zero pelo método linear? O equipamento algum dia atingirá valor zero pelo método geométrico? Justifique.

Bons Estudos!!!