Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amazonas	
Campus	Manaus - Distrito Industrial
Curso	Bacharelado em Engenharia de Computação
Disciplina	ECP12 - Cálculo Diferencial e Integral I
Docente	Eduardo Palhares Júnior

Lista 1: Limites e continuidade

Intuição e Análise Gráfica de Limites

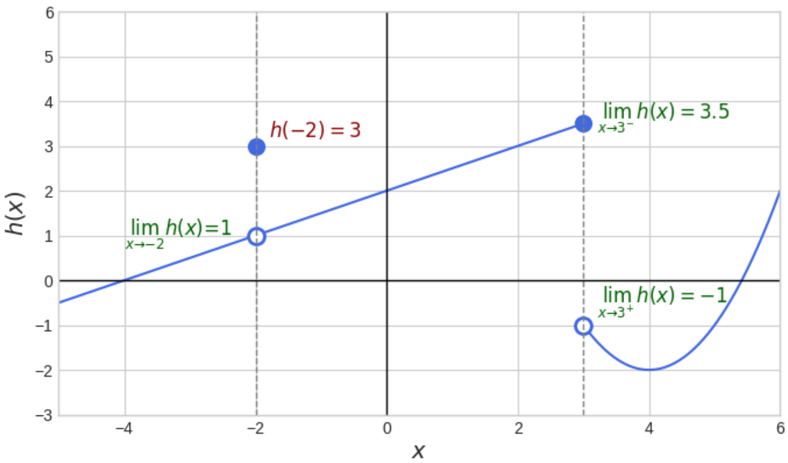
1. Considere a função $f(x) = \dfrac{x^2 - 9}{x - 3}$.
   (a) Qual o domínio da função $g(x)$?
   (b) Esboce o gráfico da função. O que você observa no ponto $x = 3$?
   (c) Crie uma tabela de valores para $g(x)$ com x se aproximando de 3 pela esquerda (ex: 2.9, 2.99, 2.999) e pela direita (ex: 3.1, 3.01, 3.001).
   (d) Qual sua conjectura para o valor de $\lim_{x\to 3} g(x)$?

2. Analise a função $g(x)$ definida por partes:

$$g(x) = \begin{cases} x+1 & \text{se } x < 1 \\ 3 & \text{se } x = 1 \\ 3 - x & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

   (a) Esboce o gráfico da função.
   (b) Crie uma tabela de valores para $f(x)$ com $x \approx 1$.
   (c) O que você pode concluir sobre $\lim_{x\to 1} f(x)$?

3. Com base no gráfico da função $h(x)$, estime o valor de cada limite. Se o limite não existir, explique o porquê.
   (a) $\lim\limits_{x\to -2} h(x)$
   (b) $\lim\limits_{x\to 0} h(x)$
   (c) $\lim\limits_{x\to 3^-} h(x)$
   (d) $\lim\limits_{x\to 3^+} h(x)$
   (e) $\lim\limits_{x\to 3} h(x)$



4. Esboce o gráfico de uma função $f(x)$ que satisfaça todas as seguintes condições:

$$\lim_{x\to 0} f(x) = 2 \qquad f(0) = -1 \qquad \lim_{x\to 2^-} f(x) = \infty \qquad \lim_{x\to 2^+} f(x) = -\infty$$

Cálculo de Limites e Assíntotas

5. Considere a função definida por partes $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{se } x \leq 2 \\ 5 - x & \text{se } x > 2 \end{cases}$
   (a) Calcule os limites laterais $\lim_{x \to 2^-} f(x)$ e $\lim_{x \to 2^+} f(x)$,
   (b) Determine se $\lim_{x \to 2} f(x)$ existe.
6. Considere a função racional $f(x) = \dfrac{x-1}{|x-1|}$
   (a) Calcule os limites laterais $\lim_{x \to 1^-} f(x)$ e $\lim_{x \to 1^+} f(x)$,
   (b) O que isso implica para o limite $\lim_{x \to 1} f(x)$?
7. Calcule os limites abaixo e determine a assíntota horizontal
   (a) $\displaystyle\lim_{x \to \infty} \frac{3x^2 - 5x + 2}{2x^2 + 7}$ (b) $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} \frac{x^3 + 1}{x^4 - 2x}$ (c) $\displaystyle\lim_{x \to \infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x - 3}$.
8. Seja a função $f(x) = \dfrac{2x^2}{x^2 - x - 6}$, determine as assíntotas horizontais e verticais. Para as assíntotas verticais, investigue os limites laterais.

Propriedades de Limites

9. Utilize as propriedades para simplificar e calcular os limites abaixo:
   (a) $\displaystyle\lim_{x \to 2} (x^3 - 2x^2 + 5)$ (d) $\displaystyle\lim_{h \to 0} \frac{(3+h)^2 - 9}{h}$ (g) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$
   (b) $\displaystyle\lim_{x \to -1} \frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1}$ (e) $\displaystyle\lim_{x \to 3} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{3}}{x - 3}$ (h) $\displaystyle\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$
   (c) $\displaystyle\lim_{x \to 4} \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2}$ (f) $\displaystyle\lim_{x \to -2} \frac{x + 2}{x^3 + 8}$ (i) $\displaystyle\lim_{x \to \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$

Continuidade

10. Considere a função $f(x) = \dfrac{x^2 - 25}{x - 5}$ descontínua em $x = 5$. Classifique essa descontinuidade e, se possível, redefina a função para torná-la contínua neste ponto.
11. Identifique e classifique os pontos de descontinuidade da função $f(x) = \dfrac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$.
12. Encontre o valor da constante a que torna $f(x) = \begin{cases} ax - 1 & \text{se } x \leq 2 \\ x^2 + 3 & \text{se } x > 2 \end{cases}$ contínua em $\mathbb{R}$
13. Determine os valores de a e b para que a função $f(x)$ abaixo seja contínua $\forall x \in \mathbb{R}$.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x < -1 \\ ax + b & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ 4 & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Teoremas Fundamentais

14. Considerando $2x - 1 \leq f(x) \leq x^2 - 2x + 3$ para todo x, encontre $\lim_{x \to 2} f(x)$.

15. Calcule $\lim_{x \to 0} x^2 \cos\left(\dfrac{1}{x^2}\right)$.

16. Mostre que a equação $x^3 - 4x + 1 = 0$ tem uma raiz no intervalo $[0, 1]$.

17. Mostre que a função $f(x) = \cos(x) - x$ possui um zero (uma raiz) no intervalo $\left[0, \dfrac{\pi}{2}\right]$.

18. Calcule os limites abaixo, considerando o limite fundamental $\lim_{\theta \to 0} \dfrac{\text{sen}(\theta)}{\theta} = 1$

    (a) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\text{sen}(5x)}{x}$

    (b) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{x}{\text{tg}(x)}$

Revisão

19. Faça uma análise completa da função $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{|x - 1|}$. Determine:

    (a) Domínio e imagem.

    (b) Limites laterais em $x = 1$. O limite neste ponto existe?

    (c) Limites no infinito.

    (d) Pontos de descontinuidade e suas classificações.

    (e) Esboce um gráfico da função.

20. Dê um exemplo de duas funções, $f(x)$ e $g(x)$, tais que $\lim_{x \to 0} f(x)$ e $\lim_{x \to 0} g(x)$ não existem, mas $\lim_{x \to 0} [f(x) \cdot g(x)]$ existe e é igual a zero.

Bons Estudos!!!